

# 第十四章 整式的乘法与因式分解

## 14.2 乘法公式

### 14.2.1 平方差公式

知识回顾

合作探究

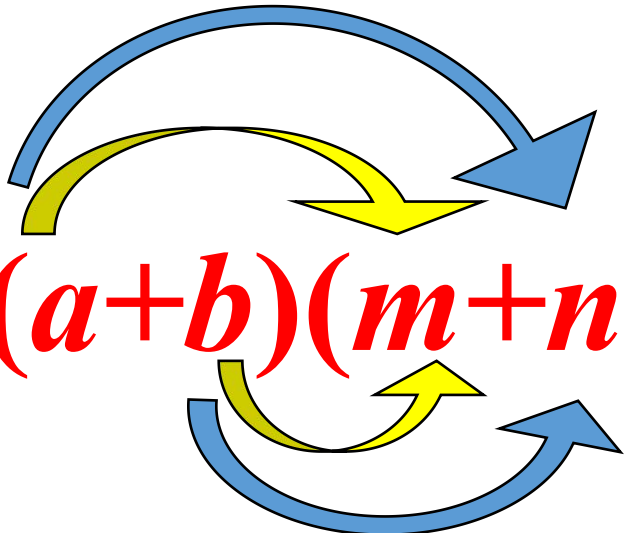
知识深化

能力提升

拓展训练

## 知识回顾

多项式与多项式是如何相乘的？


$$(a+b)(m+n) = am + an + bm + bn$$

1. 计算下列多项式的积，看谁算的又对又快？

$$(x+3)(x-5) = x^2 - 5x + 3x - 15 = x^2 - 2x - 15$$

$$(x+1)(x-1) = x^2 - x + x - 1^2 = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$$

$$(2y+1)(2y-1) = (2y)^2 - 2y + 2y - 1^2 = (2y)^2 - 1^2 = 4y^2 - 1$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

2. 想一想：观察上述计算结果有什么特征？

是否每个式子的计算结果都有这种特征？

什么形式的式子具备这种特征？

## 知识要点

### 平方差公式

数形结合.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

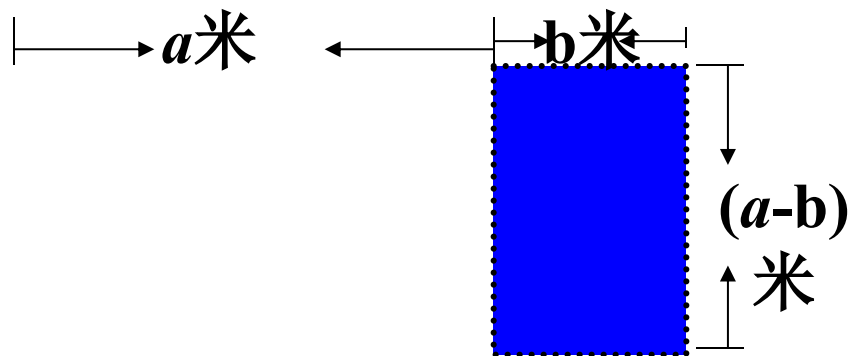
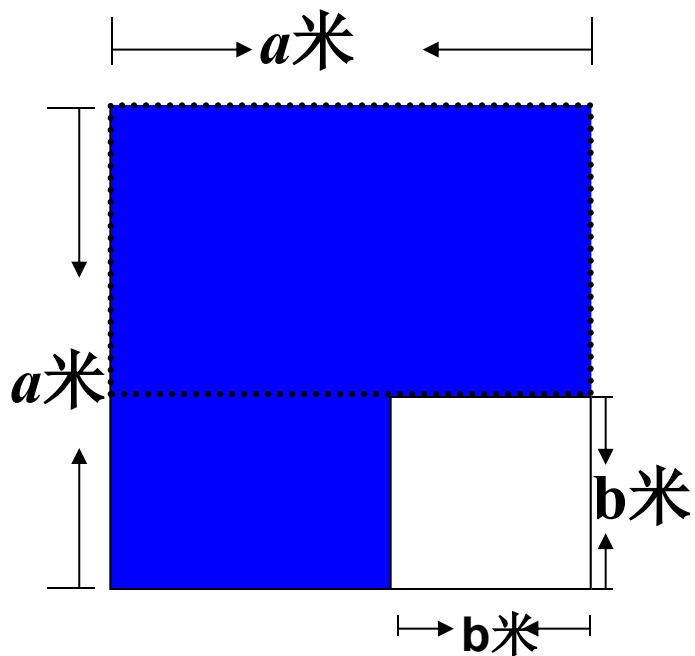
两数和与这两数差的积, 等于这两数的平方差.



# 平方差公式几何证明



面积变了吗？



$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

## 小试牛刀

计算:  $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$

$$(5+y)(5-y) = 5^2 - y^2 = 25 - y^2$$

$$(2m+3)(2m-3) = (2m)^2 - 3^2 = 4m^2 - 9$$

**思考:** 下列可以直接用平方差公式的是 ( )

①  $(x-y)(-x+y)$

②  $(-x+y)(-y+x)$ 、

③  $(-x-y)(x-y)$

④  $(x+y+1)(x+y-1)$

A. ①②

B. ②③

C. ③④

D. ②④



## 平方差公式结构特征

符号相同为 $a$       相同项的平方-相反项的平方

$$(a+b)(a-b)=(a)^2-(b)^2$$

符号相反为 $b$



$$(x-y)(-x+y)$$



$$(-x+y)(-y+x)$$



$$(-x-y)(x-y) = (-y-x)(-y+x) = (-y)^2 - x^2 = y^2 - x^2$$

$$(x+y+1)(x+y-1) = (x+y)^2 - 1^2 = (x+y)^2 - 1$$



# 平方差公式结构特征

符号相同为 $a$       相同项的平方-相反项的平方

$$(a+b)(a-b)=(a)^2-(b)^2$$

符号相反为 $b$

找 $a$ 、找 $b$ 的技巧  
你会了吗？

注：这里的两数可以是两个单项式也可以是两个多项式。

$$(\blacksquare + \blacktriangle)(\blacksquare - \blacktriangle) = \blacksquare^2 - \blacktriangle^2$$

## 知识深化

### 1. 填一填：

$(a+b)(a-b)$	$a$	$b$	$a^2-b^2$	结果
$(b+3a)(3a-b)$	$3a$	$b$	$(3a)^2-b^2$	$9a^2-b^2$
$(-m+n)(-m-n)$	$-m$	$n$	$(-m)^2-n^2$	$m^2-n^2$
$(x^2+2y)(x^2-2y)$	$x^2$	$2y$	$(x^2)^2-(2y)^2$	$x^4-4y^2$
$(-2a-3b)(2a-3b)$	$-3b$	$2a$	$(-3b)^2-(2a)^2$	$9b^2-4a^2$

## 2. 计算:

$$(1) \left( \frac{2}{3}x + y \right) \left( -y + \frac{2}{3}x \right)$$

$$(2) (xy + 1)(xy - 1)$$

$$(3) (-2a - b)(b - 2a)$$

$$(4) (y + 2)(y - 2) - (y - 1)(y + 5)$$



不符合平方差公式运算条件的乘法，按乘法法则进行运算.

**方法总结：**应用平方差公式计算时，应注意以下几个问题：

(1)紧扣公式特征，找出相同的项和相反的项，再应用公式；

(相同为 $a$ ，相反为 $b$ )

(2)公式中的 $a$ 和 $b$ 可以是单项式也可以是多项式；

(3)不符合平方差公式运算条件的乘法，按乘法法则进行运算

(4)找出的“ $a$ ”或“ $b$ ”中带系数或指数，应连同系数和指数一起平方。


## 学以致用

3. 运用平方差公式进行简便计算：

(1)  $2018^2 - 2017^2$ ;

(2)  $102 \times 98$ ;

(3)  $2015^2 - 2014 \times 2016$ .



通过合理变形，利用平方差公式，可以简化运算.

4计算: (增因式变化)

$$(1) (x+1)(x-1)(x^2+1); \quad (2) \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x^2 + \frac{1}{4}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right).$$

$$\begin{aligned} \text{解: (1) 原式} &= (x^2-1)(x^2+1) \\ &= x^4-1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ 原式} &= \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x^2 + \frac{1}{4}\right) \\ &= \left(x^2 - \frac{1}{4}\right) \left(x^2 + \frac{1}{4}\right) \\ &= x^4 - \frac{1}{16} \end{aligned}$$

## 课堂小结

### 平方差公式

内 容

两数和与这两数差的积，等于这两个数的平方差

符号表示： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

注 意

1.  $a$ 、 $b$ 可以是单项式或多项式

2.  $a$ 、 $b$ 中带系数或指数要连同系数和指数一起进行平方

3. 对于不能应用公式的，要按照乘法法则进行运算

找  $a$ 、 $b$  技巧

相同项  $\rightarrow a$

相反项  $\rightarrow b$

套公式  $\rightarrow (a+b)(a-b)=a^2-b^2$

## 拓展训练

计算：  $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)+1$

$$\begin{aligned}\text{解： 原式} &= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)+1 \\ &= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)+1 \\ &= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)+1 \\ &\quad \dots\dots\dots \\ &= (2^{32}-1)(2^{32}+1)+1 \\ &= 2^{64}-1+1 \\ &= 2^{64}\end{aligned}$$